Klausurtypische Aufgaben: Mathematik 2 (Ingenieursmathematik) für Maschinenwesen

Liebe Studenten der Fachrichtung Maschinenwesen an der TU Dresden,

mit diesem Übungsblatt wollen wir euch einen kurzen Überblick über die typischen Anforderungen einer Mathe 2 Klausur geben. Typischerweise werden in Mathe 2 stets ähnliche Themen behandelt, wobei sich der Stoffumfang je nach Prüfer unterscheiden kann.

Folgende Themen tauchten bislang bei den Mathe-2-Prüfungen von Prof. Fischer auf:

- Analytische Geometrie
- Eigenwerttheorie
- Differentialrechnung im $\mathbb{R}^n$
- DGL 1.Ordnung
- DGL höherer Ordnung (linear, konstante Koeffizienten)
- DGL-Systeme (linear)

Möglicherweise wird darüber hinaus die **Theorie der Quadriken** (Hauptachsentransformation) bzw die **Differentialgeometrie** eine Rolle spielen. In der Vergangenheit war das selten, aber anbetracht des Semesterverlaufs kann es dazu kommen.

Wichtig ist auch zu wissen, dass wir mit dieser Auflistung in der Regel nur 70-80% der Klausuraufgaben erfassen können. Gerade Prof. Fischer ist bei einigen Aufgaben hochkreativ und stellt Prüfungsfragen, die kaum vorhersehbar sind und die nur mit sehr guter Vorbereitung beantwortet werden können. Das bloße Lernen von Standardaufgaben (wie die hier aufgelisteten) bringt uns also nur auf etwa 70% der Klausurpunkte.

Wir hoffen, dass ihr viel aus dieser Auflistung mitnehmen und damit eure Prüfungsvorbereitung besser strukturieren könnt.

Viele Grüße
Matthias und das LernKompass-Team

Hinweis:

Die unten genannten Aufgaben sind prüfungsähnlich konzipiert und haben nur grobe Ähnlichkeit mit Originalaufgaben. Sie sind aber an die Struktur und Formulierung von Altklausuren angepasst bzw. basieren auf den Gedächtnisprotokollen einzelner Studenten.

© LernKompass (www.lern-kompass.de)

Aufgabentyp 1: Analytische Geometrie

Gegeben seien die Ebenen

$$E_1 = \{(x,y,z)^T \mid x + 2y - z = 3\}$$
$$E_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid s,t \in \mathbb{R} \right\}$$

sowie die drei Punkte $A(1,0,1), B(2,1,4), C(1,-1,0)$.

a) Ermitteln Sie die Gleichung der Schnittgeraden g der Ebenen E_1, E_2.
b) Ermitteln Sie den Abstand der Ebene E_1 vom Punkt C.
c) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts D, sodass $ABCD$ ein Parallelogramm ist
d) Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

Aufgabentyp 2: Eigenwerttheorie

a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der symmetrischen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Für welche Werte $a, b \in \mathbb{R}$ besitzt die Matrix $C = \vec{v} \cdot \vec{v}^T$ für $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1 \end{pmatrix}$ den Eigenwert $\lambda = 2$? (die Angabe einer Gleichung genügt dafür)

c) Bestimmen Sie $c \in \mathbb{R}$, sodass $\vec{v} = \begin{pmatrix} c \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ Eigenvektor der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ ist.

Aufgabentyp 3*: Hauptachsentransformation

Überführen Sie mittels Hauptachsentransformation die folgende Quadrik auf Normalform:
$5x^2 - 6xy - 3y^2 + 2x + 18y - 43 = 0$

Aufgabentyp 4: Differentialrechnung im $\mathbb{R}^n$

Gegeben sei die Abbildung $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = 2xy(x+y-6)$.

a) Ermitteln Sie den Gradienten $grad(f)$ und die Hessematrix $Hess(f)$
b) Ermitteln Sie die Gleichung des Taylorpolynoms 2.Ordnung von f am Punkt $(1,3)$.
c) Stellen Sie die notwendigen Optimalitätsbedingungen für die Optimierungsaufgabe $f(x,y) \to Extremum$, und ermitteln Sie die stationären Punkte dieser Aufgabe.

d) Welche lokalen Minima bzw. Maxima hat die Funktion , $f(x,y)$?

© LernKompass (www.lern-kompass.de)

Aufgabentyp 5: Differentialrechnung im $\mathbb{R}^n$

Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = (x+3)(y^2-1) + x^2 - 9x + 10$

a) Weisen Sie nach, dass der Punkt $(-3{,}4)$ ein Sattelpunkt der Funktion f ist.
b) Stellen Sie die notwendigen Optimalitätsbedingungen für die Aufgabe $f(x,y) \to min$ unter der Nebenbedingung $(x+3)^2 + y^2 = 16$ auf.
c) Zeigen Sie, dass der Punkt $(x_0, y_0) = (1{,}0)$ diese Bedingungen erfüllt. Bestimmen Sie den zugehörigen Lagrange-Multiplikator.

Aufgabentyp 6: DGL 1. Ordnung

a) Lösen Sie die Ähnlichkeits-Differentialgleichung

$$x^2 + xy + y^2 - x^2 y' = 0$$

b) Gegeben sei die lineare Differentialgleichung 1.Ordnung:

$$y' + \frac{y}{x+1} = 4e^{2x}$$

b1) Ermitteln Sie die homogene Lösung y_H.
b2) Ermitteln Sie die partikuläre Lösung y_P mit dem Ansatz „Variation der Konstanten".
b3) Ermitteln Sie diejenige Lösung der DGL, die die Anfangsbedingung $y(1) = 3$ erfüllt.

Aufgabentyp 7: DGL höherer Ordnung

Gegeben sei die Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten:

$$y''' + 4y'' + \alpha y' = r(x)$$

a) Für welches $\alpha \in \mathbb{R}$ ist $y = e^{-t}$ Lösung der homogenen DGL?

Sei ab jetzt $\alpha = 4$.
b) Ermitteln Sie die homogene Lösung der DGL.
c) Geben Sie einen Ansatz zum Auffinden der partikulären Lösung y_P für das Störglied $r(x) = x^2 e^{-2x} + \cos(3x)$ an.
d) Berechnen Sie die Lösung der DGL für den Fall $r(x) = e^{3x}$.

Aufgabentyp 8: DGL-Systeme

a) Ermitteln Sie die Lösung des linearen DGL-Systems:

$$x' = 2x + y \ , \ y' = -2x + 4y$$

b) Gegeben sei das lineare DGL-System:

$$x' = 2x + y + e^t \ , \ y' = 4x - y + 3$$

b1) Ermitteln Sie die homogene Lösung $\vec{x}_H(t) = \big(x(t), y(t)\big)^T$ des homogenen DGL-Systems
b2) Ermitteln Sie eine partikuläre Lösung des DGL-Systems
b3) Geben Sie die Lösung des DGL-Systems an.

© LernKompass (www.lern-kompass.de)

Abschließender Hinweis:

Die ausgewählten Aufgaben können in dieser und ähnlicher Form in einer Klausur drankommen und wurden aus dem Stil von Prof. Fischer der vergangenen Jahre sowie aus dem Stil anderer Prüfer extrahiert.

Auch wenn wir schon viele Klausuren gesehen haben, können wir aber dennoch nicht ausschließen, dass Prof. Fischer komplett neue Aufgabentypen einführt. In den meisten Fällen halten sich die Prüfer aber an die (ungeschriebene) Regel, dass mindestens 60% der Klausuraufgaben Standardaufgaben sein sollten, die so in den Übungsbüchern vorkommen.

Unsere Empfehlung ist daher: Rechne zu jedem Aufgabentyp am besten 5-10 verschiedenartige Aufgaben im Vorfeld der Prüfung durch und organisiere dir die Altklausuren (sowohl von Prof. Fischer als auch von anderen, z.B. Prof. Eppler, Matthies, Sander…). Mit jeder weiteren durchgerechneten Klausur steigen deine Chancen bei der Vorbereitung ☺

Dir hat unsere Veranstaltung gefallen?

Dann schenke uns gern einen Like auf unserer Facebookseite (**LernKompass** in Dresden). Und wenn du noch weitere Fragen hast, schau auch gern nochmal auf unsere Website. Wir haben noch weitere Trainingsmaterialien auf unserem Blog zusammengestellt:

www.lern-kompass.de

Ende Mai und Anfang Juni starten vermutlich noch weitere Vorbereitungskurse für Mathe 1, Mathe 2 und die Festigkeitslehre sowie die ersten Crashkurse für Mathe 3 im Maschinenwesen. Wenn du daran teilnehmen möchtest, schreib uns eine kurze Nachricht an info@lern-kompass.de

Beste Grüße und viel Erfolg bei deiner weiteren Klausurvorbereitung
Matthias und das LernKompass-Team

© LernKompass (www.lern-kompass.de)