

Aufgabenblatt A1 : Terme, Klammern, binomische Formeln

Auf diesem **ersten Arbeitsblatt** widmen wir uns den ersten Grundlagen bei der Vorbereitung auf die Hochschulmathematik: Der Arbeit mit mathematischen Termen, Klammern und binomischen Formeln.

Wir behandeln zunächst also lediglich die ersten drei **Grundrechenarten** (Addition, Subtraktion, Multiplikation). Doch das liest sich einfacher als es ist: Die Parameter und Variablen verlangen von Ihnen ein fundiertes mathematisches Grundwissen.

Praktisch relevant werden die hier enthaltenen Skills übrigens bereits bei einfachen mathematischen Modellen und Formeln. Im Schulkontext werden die Zusammenhänge vor allem in die Klassenstufen 6 bis 8 eingeführt, danach aber leider nur selten wiederholt.

Welche Fertigkeiten werden im Einzelnen auf diesem Blatt trainiert?

- Terme zusammenfassen
- Klammern auflösen, Ausmultiplizieren und ausklammern
- Binomische Formeln (expandieren und zusammenfassen)
- Quadratische Ergänzung
- Höhere Binome $(a + b)^n$ ausmultiplizieren (binomischer Satz)

Aufgabe 1: Terme vereinfachen, Klammern auflösen

a) Vereinfachen Sie die folgenden Summen:

$$3a - 2b + 3ab + a - 2b =$$

$$3 - 2x + x^2 + 6x - 4 + 2x - x^2 =$$

$$s + 2t - s^2 + s - t + 3s^2 - 3t + s^2 - 5s =$$

b) Lösen Sie die Klammern mit den richtigen Vorzeichen auf und vereinfachen Sie den entstandenen Ausdruck:

$$3 - (2a + 5) =$$

$$(x + 1) - (-4x + 1) + (2 - x) =$$

$$3 + 6xy - (4 - 2x) - (-2x - y) =$$

$$(s + 2) - [(2x + 2) - (4s + 2)] =$$

c) Lösen Sie die Klammern durch Ausmultiplizieren auf und vereinfachen Sie den entstandenen Ausdruck:

$$3(x + 2) - 4(-x - 2) =$$

$$2(a + x) + 5(2x - a) =$$

$$2x - 2(3x + y + 1) - 4(x + 2y) =$$

$$2uv + u(v + 2u) - (-u - v) + u[1 + v - (2 - u)] =$$

$$c(a - b) + b(a + c) - a(b + c) =$$

Aufgabe 2: Ausmultiplizieren größerer Terme, binomische Formeln

a) Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(x + 2)(2x + 5) - x^2 + 10 =$$

$$(a + 1)(b - 2) - a(b - 2) =$$

$$(a + 2b)(a - 2b) - (a + b)(a + 2b) =$$

$$(x + 3y)^3 =$$

b) Multiplizieren Sie mithilfe der binomischen Formeln aus:

$$(x + 2)^2 = \qquad (2x - 3)^2 =$$

$$(b + 2a)^2 = \qquad (3x - y)^2 =$$

$$(2 - b)(2 + b) = \qquad (3x + y)(3x - y) =$$

Aufgabe 3: Ausklammern, Umkehr der binomischen Formeln

a) Klammern Sie in den folgenden Summen einen möglichst großen gemeinsamen Faktor aus:

$$3a^2 - a - 5ab =$$

$$2x^2 + 6x + 4x^4 =$$

$$2ab^2 + 6ab - 12a^2b =$$

$$8x^2y + 4y^2x^2 + 16x^2y^3 =$$

$$36a^2bc - 12a^2b^2 + 20a^2b =$$

b) Klammern Sie die folgenden Summen mithilfe der binomischen Formeln aus:

$$a^2 + 16a + 64 =$$

$$x^2 - 49 =$$

$$x^2y^2 + 4xy + 4 =$$

$$9x^2 - 4a^2y^2 =$$

Aufgabe 4: Quadratische Ergänzung

Führen Sie die quadratische Ergänzung für folgende Terme durch:

a) $x^2 + 8x - 1 =$

e) $2x^2 + 4x =$

b) $x^2 - 6x + 3 =$

f) $-x^2 + 2x + 6 =$

c) $x^2 - 10x =$

g) $7x^2 + 28x + 21 =$

d) $x^2 + 3x + 1 =$

h) $-3x^2 + 12x + 9 =$

Hinweis: Bei den letzten vier Aufgaben steht ein Vorfaktor vor x^2 . Den sollten Sie zuerst ausklammern.**Aufgabe 5*: Der allgemeine binomische Satz**Ermitteln Sie $(x + 2)^4$ und $(y - 3x)^5$ mithilfe des binomischen Satzes und dem Pascal'schen Dreieck.

Lösungen für Blatt 1: (Angaben ohne Gewähr, bei Unklarheit bitte nachfragen)

1. a) $3a - 2b + 3ab + a - 2b = 4a - 4b + 3ab$, $3 - 2x + x^2 + 6x - 4 + 2x - x^2 = -1 + 6x$,
 $s + 2t - s^2 + s - t + 3s^2 - 3t + s^2 - 5s = 3s^2 - 3s - 2t$

b) $3 - (2a + 5) = 3 - 2a - 5 = -2 - 2a$, $(x + 1) - (-4x + 1) + (2 - x) = x + 1 + 4x - 1 + 2 - x = 4x + 2$
 $3 + 6xy - (4 - 2x) - (-2x - y) = -1 + 6xy + 4x + y$,
 $(s + 2) - [(2x + 2) - (4s + 2)] = s + 2 - (2x - 4s) = 5s - 2x + 2$

c) $3(x + 2) - 4(-x - 2) = 3x + 6 + 4x + 8 = 7x + 14$; weitere Lösungen:
 $-3a + 12x, -8x - 10y - 2, 4uv + 3u^2 + v, ac - bc + ab + bc - ab - ac = 0$

2. a) $(x + 2)(2x + 5) - x^2 + 10 = 2x^2 + 4x + 5x + 10 - x^2 + 10 = x^2 + 9x + 20$
 Weitere Lösungen: $b - 2, a^2 - 4b^2 - a^2 - 3ab - 2b^2 = -3ab - 6b^2$, $x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3$

b) $x^2 + 4x + 4, 4x^2 - 12x + 9, b^2 + 4ab + 4a^2, 9x^2 - 6xy + y^2, 4 - b^2, 9x^2 - y^2$

3. a) $a(3a - 1 - 5b), 2x(x + 3 + 2x^3), 2ab(b + 3 - 6a), 4x^2y(2 + y + 4y^2), 4a^2b(9c - 3b + 5)$

b) $(a + 8)^2, (x - 7)(x + 7), (xy + 2)^2, (3x - 2ay)(3x + 2ay)$

4. Ausführlich:

a) $x^2 + 8x - 1 = \frac{x^2 + 8x + 16}{(x+4)^2} - 16 - 1 = (x + 4)^2 - 17$

e) $2x^2 + 4x = 2(x^2 + 2x) = 2 \left[\frac{x^2 + 2x + 1}{(x+1)^2} - 1 \right] = 2(x + 1)^2 - 2$

f) $-x^2 + 2x + 6 = -(x^2 - 2x - 6) = - \left[\frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2} - 1 - 6 \right] = -(x - 1)^2 + 7$

Weitere Lösungen:

b) $(x - 3)^2 - 6$

c) $(x - 5)^2 - 25$

d) $(x + 1,5)^2 - 1,25$

g) $7x^2 + 28x + 21 = 7(x + 2)^2 - 7$ h) $-3x^2 + 4x - 1 = -3(x^2 - 4x - 3) = -3(x - 2)^2 + 21$

5. a) $(x + 2)^4 = 1 \cdot x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot 2^1 + 6 \cdot x^2 \cdot 2^2 + 4 \cdot x^1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4$
 $= x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$

$(y - 3x)^5 = 1 \cdot y^5 + 5 \cdot y^4 \cdot (-3x)^1 + 10 \cdot y^3 \cdot (-3x)^2$
 $+ 10 \cdot y^2 \cdot (-3x)^3 + 5 \cdot y^1 \cdot (-3x)^4 + 1 \cdot (-3x)^5$
 $= y^5 - 15xy^4 + 90x^2y^3 - 270x^3y^2 + 405x^4y - 243x^5$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Zur **Vertiefung** empfehlen wir die **Übungsaufgaben aus dem Skript**.

Moderater Schwierigkeitsgrad:

E1.1. bis E1.6, H1.1 a),b) H1.2a),c) , H1.3, H1.4 b),c),d) , H1.5. b)

Herausfordernder Schwierigkeitsgrad:

Weitere Aufgaben aus H1.1 bis H1.5