

Klausur Teil A : Termumformungen

Mit diesem **Abschlusstest** wollen wir den ersten Themenblock des Vorkurses abschließen.

Der Abschlusstest ist auf 60 min angelegt, und dient als Gradmesser für Ihre erworbenen Fertigkeiten im Umgang mit den mathematischen Umformungsregeln in den Bereichen

- Klammern (Ausmultiplizieren, Faktorisieren, binomische Formeln)
- Brüche und Bruchterme
- Potenzen, Wurzeln und Logarithmen

Wir wünschen Ihnen bei der Bearbeitung viel Erfolg!

Aufgabe 1: Elementare Termumformungen, Klammern, binomische Formeln (10 Punkte)

a) **[2]** Multiplizieren Sie die folgenden Terme aus und vereinfachen Sie sie: (je ½ Pkt.)

$$\begin{array}{ll} 3(x + 2y) - (x - y) = & x^2 - (x + 1)(x + 2) = \\ 4 - (2 - 3y) = & x \cdot (x - 2)(2x - 1) = \end{array}$$

b) **[2]** Vereinfachen Sie folgende Terme: (je ½ Pkt.)

$$\begin{array}{ll} (x^2 + 4)^2 - 4 = & (-b^2 + 1)(b^2 + 1) = \\ (x + 7)(x - 7) + (x - 1)^2 = & (a + 2x)^3 = \end{array}$$

c) **[2]** Faktorisieren Sie die folgenden Terme so weit wie möglich: (je ½ Pkt.)

$$\begin{array}{ll} 8x^5y + 2xy^3 - 6x^2y = & \frac{4}{9}x^2 - 25a^2 = \\ x^2 + 4xy + 4y^2 = & xy^5 - 2x^2y^3 + x^3y = \end{array}$$

d) **[3]** Skizzieren Sie die Parabeln: (je 1 Pkt.)

$$y = x^2 - 8x + 3 \qquad y = -x^2 + 2x \qquad y = 4x^2 - 8x + 4$$

Bemerkung: Diese Aufgaben sollen mit quadratischer Ergänzung gelöst werden. Für diese erhalten sie jeweils die Hälfte der Punkte.

e) **[1]** Aus einer Gruppe von 13 Personen soll ein Dreierteam für ein Projekt ausgelost werden. Wieviele mögliche Kombinationen gibt es?

Zusatzaufgabe: (1 Extra-Punkt)

Stellen Sie den Term $(\sqrt{x} + 4)^2 - 4$ als Baum dar!

Aufgabe 2: Rechnen mit Brüchen und Bruchtermen (16 Punkte)

a) [3] Berechnen Sie die folgenden Bruchausdrücke: (je ½ Pkt.)

$$0,0847 + 0,29 = \frac{77}{72} \cdot \frac{6}{11} =$$

$$1,2 \cdot 0,4 = \frac{2}{5} - \frac{3}{15} =$$

$$0,36 : 6 = \frac{\frac{30}{7}}{\frac{12}{28}} =$$

b) [2] Berechnen Sie: (je 1 Pkt.)

$$\frac{5 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{3}{8}} = \frac{81 \cdot 225 \cdot 16}{15 \cdot 64 \cdot 3^6} =$$

c) [6] Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke mit Variablen in Brüchen: (je 1 Pkt.)

$$\frac{1+x}{x} + \frac{x-1}{1-x} = \frac{2^3 ab^5}{16a^{-2}b^3} =$$

$$\left(\frac{x^2+x}{2x} + \frac{1+x}{2} \right) \cdot \frac{5}{x} = \frac{x^4/4y}{3x/y^2} =$$

$$\frac{2 + \frac{3}{x}}{5 - \frac{4}{x^2}} = \frac{1 - \frac{3}{a}}{\frac{3}{b} + 2} =$$

d) [2] Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke: (je 1 Pkt.)

$$\frac{x^2-9}{(x^2+6x+9)(x-3)} = \frac{(16b^2-144a^4)(6x^3-2x)}{2(3x^2-2)(4b+12a^2)} =$$

e) [1] Was ist der wichtigste Unterschied zwischen den folgenden beiden Funktionen?

$$f(x) = 3 - x \quad g(x) = \frac{9-x^2}{3+x}$$

f) [2] Man berechnet den physikalischen Druck mit der Formel $P = \frac{F}{A}$. Dabei gilt für die

Einheit Pascal: $1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 10^{-5} \text{ bar}$. Berechnen Sie den Druck in Pascal und in bar für $F = 200 \text{ N}$, $A = 20 \text{ cm}^2$.

Hinweis: Für die Umrechnung von m^2 auf cm^2 überlegen Sie sich bitte zuvor:

$$1 \text{ m}^2 = (100 \text{ cm})^2 = \dots \text{ cm}^2$$

Zusatzaufgabe: (2 Extra-Punkte)

Expandieren Sie den folgenden Term mithilfe des binomischen Satzes:

$$\left(x + \frac{1}{2} \right)^6$$

Aufgabe 3: Potenzen, Wurzeln, Logarithmen (14 Punkte)

a) [3] Vereinfachen Sie: (je ½ Pkt.)

$$20^{-2} = \quad -125^{1/3} = \quad 1000^{-5/3} =$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \quad \left(\frac{1}{32}\right)^{-2/5} = \quad 25^{2/3} =$$

b) [3] Vereinfachen Sie: (je ½ Pkt.)

$$\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8x^3} = \quad \frac{(a^2b^3c^7)^3}{a^{-4}b^3c^{10}} = \quad \sqrt{\frac{x^2-6x+9}{(x-3)^4}} =$$

$$\frac{\sqrt{100^3 \cdot 36^2}}{32 \cdot 5^5 \cdot 27} = \quad \sqrt{\frac{a^3}{b^2} \cdot \frac{a}{b^{-2}}} = \quad \sqrt{\frac{a^4b^3}{c^2}} \cdot \sqrt{\frac{c^3}{ab^2}} = \quad (a, b, c > 0)$$

c) [4] Berechnen Sie die folgenden Logarithmen: (je ½ Pkt.)

$$\log_8 64 = \quad \log_7 \sqrt{7} = \quad \log_4 \left(\frac{1}{\sqrt{16}}\right) = \quad \ln \left(\frac{1}{e^3}\right) =$$

$$\log_2 32 = \quad \log_3 \left(\frac{1}{27}\right) = \quad \log_{25} \left(\frac{1}{\sqrt{125}}\right) = \quad \ln(\sqrt[4]{e^3}) =$$

d) [2] Vereinfachen Sie: (je 1 Pkt.)

$$\log_5 \left(\frac{1}{25}\right) + \log_6(1) - 2 \log_3(27) =$$

$$\frac{\log_2(a^4)}{\log_2(a^6)} \cdot \log_5(27) =$$

e) [2] Bestimmen Sie die erste Ableitung: (je 1 Pkt.)

$$f(x) = \frac{3x^2 - \sqrt{x}}{x} \quad g(x) = x^2 \cdot \sqrt{x} \sqrt[3]{x}$$

Zusatzaufgabe: (2 Extra-Punkte)a) Vereinfachen Sie die Terme: $\sqrt{e^{4-\ln 25}}$, $\ln 3 \cdot \log_3(e^2)$

b) Ermitteln Sie ohne Nutzung der Kettenregel (und wenn möglich, im Kopf) die Ableitungen von

$$f(x) = \ln(5x^8) \quad g(x) = \ln\left(\frac{3}{\sqrt[4]{x}}\right)$$

Gesamt-Auswertung: Teil A

Ergebnis Test A-1	/15
Ergebnis Test A-1	/15
Ergebnis Test A-1	/15
Ergebnis Test A-1	/15
Ergebnis Klausur A	/40
Summe	/100

Bei diesen Themen habe ich spürbare Fortschritte gegenüber dem alten Schulwissen gemacht:

Diese Themen habe ich komplett neu kennengelernt:

Diese Themen sollte ich nochmal trainieren: