

Klausur Teil B : Gleichungen, Ungleichungen, Funktionen

Mit diesem **Abschlusstest** wollen wir den zweiten Themenblock des Vorkurses abschließen. Der Abschlusstest ist auf 90 min angelegt, und dient als Gradmesser für Ihre erworbenen Fertigkeiten im Umgang mit Funktionen und Gleichungen, insbesondere in den Themen:

- Lineare und quadratische Gleichungen (auch mit Parametern)
- Lineare und quadratische Funktionen
- Bruchgleichungen, biquadratische Gleichungen
- Wurzelgleichungen, Exponentialgleichungen, Logarithmengleichungen
- Elementarfunktionen sowie Verschiebungen, Spiegelungen, Streckungen
- Eigenschaften von Funktionen
- Ungleichungen und Anwendung bei Definitionsbereichen

Die Fertigkeiten von Teil B sind grundlegend für einen erfolgreichen Übergang in die Hochschulmathematik, viele Fragen von Studienanfängern haben weniger mit den neuen Konzepten zu tun als vielmehr mit den obigen Fertigkeiten rund um das Thema Funktionen und Gleichungen. In der Schulmathematik werden zudem leider nicht alle Grundlagen geschaffen. Aus diesem Grund gilt: Schwierigkeiten mit dieser Klausur sind absolut erwartbar und nichts Ungewöhnliches, aber wer sogar mit dieser Klausur gut klar kommt, hat eine solide Ausgangsbasis für das weitere Studium geschaffen.

Aufgabe 1: Lineare und quadratische Gleichungen (7 Punkte)

- a) **[2]** Lösen Sie die linearen bzw. quadratischen Gleichungen: (je ½ Pkt.)

$$3(x - 2) = 7x + 2$$

$$3x^2 + 9x = 0$$

$$x^2 + 9 = 10x$$

$$2x^2 + 6x - 20 = 0$$

- b) **[2]** Ermitteln Sie die Lösungsmenge der Gleichung $cx - 2d = 2 - (x + d)$ in Abhängigkeit der Parameter $c, d \in \mathbb{R}$.

- c) **[1]** Lösen Sie die quadratische Gleichung $x^2 + 8x - 20 = 0$ mittels quadratischer Ergänzung.

- d) **[2]** Ermitteln Sie alle Lösungen (mit Vfh.) der folgenden Gleichungen: (je 1 Pkt.)

$$x^5 + 7x^4 - 8x^3 = 0$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

Zusatzaufgabe: (1 Extra-Punkt)

Kürzen Sie den folgenden Bruch:

$$\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^2 + 6x + 9} =$$

Aufgabe 2: Lineare und quadratische Funktionen (11 Punkte)

a) [3] Skizzieren Sie die folgenden linearen bzw. quadratischen Funktionen: (je ½ Pkt.)

$$f(x) = 4x - 2$$

$$g(x) = 3 - 2x$$

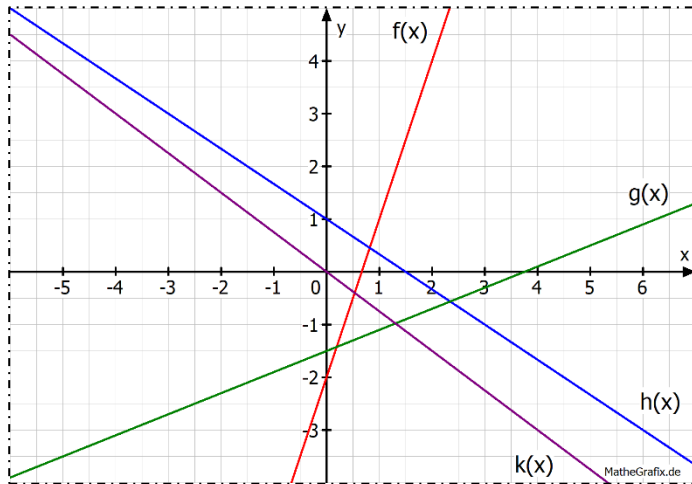
$$h(x) = -\frac{3}{4}x + 2$$

$$k(x) = (x - 3)^2 - 2$$

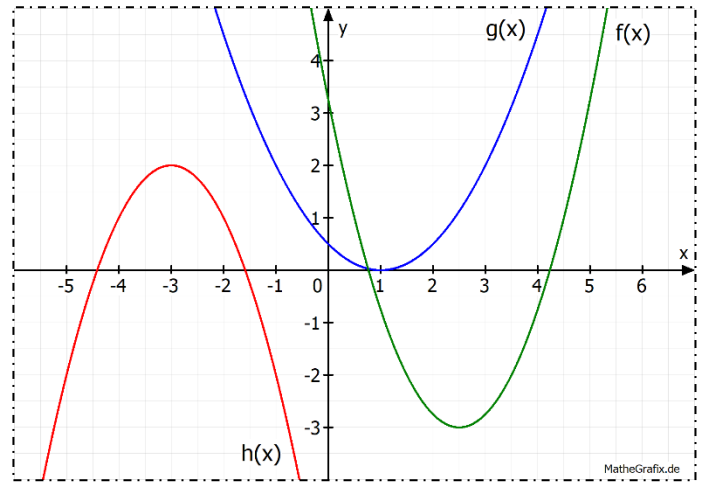
$$l(x) = x^2 + 4x$$

$$p(x) = -2x^2 + 6x + \frac{1}{2}$$

b) [5] Lesen Sie die Funktionsgleichungen aus den Funktionsgraphen ab: (je 1 Pkt.)



(je ½ Pkt.)



(je 1 Pkt.)

c) [3] Im Folgenden werden drei lineare Funktionen beschrieben. Ermitteln Sie aus der Beschreibung die Funktionsgleichung. (je 1 Pkt.)

- Die Funktion f geht durch die Punkte $A(3,5)$ und $B(4,1)$
- Die Funktion g verläuft parallel zu $p(x) = 2x + 1$ und geht durch $C(4, -2)$
- Die Funktion h schneidet $r(x) = \frac{3}{5}x + 2$ im rechten Winkel und hat die Nullstelle $x_0 = 7$.

Aufgabe 3: Höhere Gleichungen (6 Punkte)

a) [2] Lösen Sie die folgenden einfacheren Gleichungen: (je ½ Pkt.)

$$\frac{1}{2x+3} = 5$$

$$\sqrt{x+4} = 5$$

$$3^{x+2} = 27$$

$$\log_4(2x - 3) = 2$$

b) [4] Ermitteln Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen. Beachten Sie dabei alle Schritte des Lösungsverfahrens, z.B. Definitionsbereiche: (je 1 Pkt.)

$$\frac{3}{x-2} + \frac{4}{x^2-2x} = \frac{1}{x}$$

$$\sqrt{x-1} + x = 7$$

$$3 \cdot 2^{x-5} = 4^{x+5}$$

$$\log_2(x+1) + \log_2(4x) = 3$$

Zusatzaufgabe: (1 Extra-Punkt)

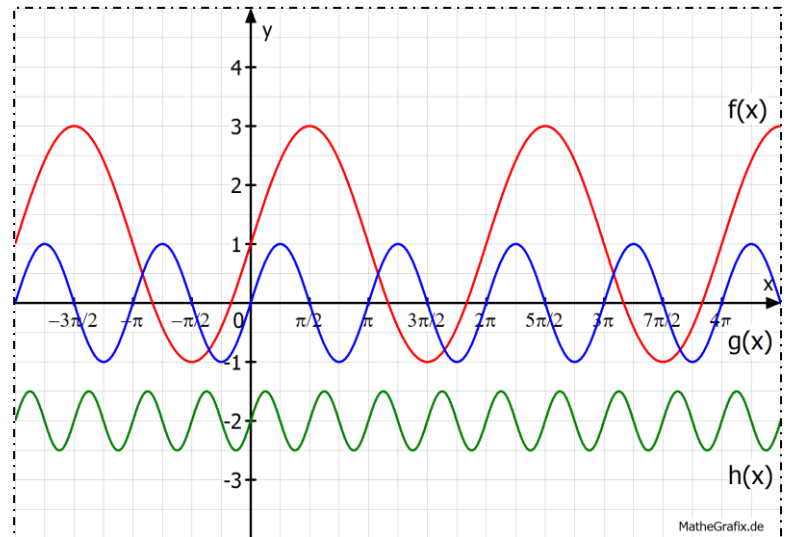
Lösen Sie die folgende Gleichung: $3^{x+1} + 9^x = 4$. **Tipp:** $9 = 3^2$, also $9^x = (3^2)^x = \dots$

Aufgabe 4: Reelle Funktionen (12 Punkte)

- a) [6] Skizzieren Sie die reellen Funktionen jeweils in ein Diagramm und geben Sie für jede Funktion den Definitionsbereich an: (je 1 ½ Pkt.)

• $f(x) = \frac{1}{x^2}$	$g(x) = \frac{1}{(x-1)^2} + 2$	$h(x) = -\frac{2}{x^2}$
• $f(x) = 3^x$	$g(x) = 3^x - 4$	$h(x) = 3^{-x}$
• $f(x) = \sqrt{x}$	$g(x) = \sqrt{x+1} - 2$	$h(x) = -\sqrt{x-2}$
• $f(x) = \log_2 x$	$g(x) = \log_2(x-3)$	$h(x) = \log_2(-x)$

- b) [3] Lesen Sie bei den rechts dargestellten drei Sinusfunktionen die Funktionsgleichung aus dem Diagramm ab. Geben Sie außerdem den Wertebereich sowie die Extrempunkte im Intervall $x \in [0, 2\pi]$ an (je 1 Pkt.)



- c) [1] Siehe Tafel.

- d) [2] Ermitteln Sie: (je ½ Pkt.)

- die Nullstelle von $f(x) = 2^x - 2$
- den Punkt, wo $g(x) = \sqrt{x+2}$ die y-Achse schneidet
- die Schnittpunkte von $h(x) = 2x$ und $k(x) = x^2$
- das x_1 , für das die Funktion $r(x) = \log_3(x-3)$ den Wert 5 annimmt

Aufgabe 5: Ungleichungen (4 Punkte)

- a) [2] Ermitteln Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen: (je 1 Pkt.)

$$3x + 5 < x + 2$$

$$x^2 + 6x \leq 16$$

- b) [2] Ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich der folgenden Funktionen: (je 1 Pkt.)

$$f(x) = \sqrt{5-3x}$$

$$g(x) = \ln(4-x^2-3x)$$

Zusatzaufgabe: (2 Extra-Punkte)

Ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich von

$$h(x) = \sqrt[3]{4 - \frac{3}{x+2}}$$

$$k(x) = \ln(3 - \log_2(x))$$

Gesamt-Auswertung: Teil B

Ergebnis Test B-1	/15
Ergebnis Test B-2	/15
Ergebnis Test B-3	/15
Ergebnis Test B-4	/15
Ergebnis Klausur B	/40
Summe	/100

Bei diesen Themen habe ich spürbare Fortschritte gegenüber dem alten Schulwissen bzw. Teil A gemacht:

Diese Themen habe ich komplett neu kennengelernt:

Diese Themen sollte ich nochmal trainieren: