

# Klausurtypische Aufgaben:

## Mathematik 1 (Grundlagen der Mathematik)

### für Maschinenwesen

Liebe Studenten der Fachrichtungen Maschinenwesen,

mit diesem **Übungsblatt** wollen wir euch einen kurzen Überblick über die typischen Anforderungen einer Mathe 1 Klausur („Grundlagen der Mathematik“) geben. Üblicherweise werden in Mathe 1 stets ähnliche Themen behandelt, wobei sich der Stoffumfang je nach Semester unterscheiden kann. Typische Themen einer **Mathe 1 Klausur** sind die folgenden:

- Folgen, Reihen, Potenzreihen
- Komplexe Zahlen
- Polynome und gebrochenrationale Funktionen
- Lineare Algebra (Vektoren, Matrizen, lineare Gleichungssysteme)
- Analytische Geometrie
- Reelle Funktionen
- Differentialrechnung (Ableitungsregeln und deren Anwendungen)
- Integralrechnung

Dabei gibt es **von Jahrgang zu Jahrgang deutliche Unterschiede**.

Prof. Matthias z.B. behandelt komplexe Zahlen erst zum Semesterende, zieht aber dafür die analytische Geometrie vor, andere Prüfer behandeln die komplexen Zahlen zuerst und schieben die analytische Geometrie ins zweite Semester. Voraussichtlich wird Prof. Matthias die lineare Algebra (Matrizen) ins zweite Semester schieben und möglicherweise auch die Integralrechnung.

Auch die neue Kursassistentin, Frau Hardering, bringt in diesem Semester ein **neues Übungskonzept** ein. In den Vorjahren wurden meistens Übungsaufgaben aus bekannten Übungsbüchern genommen wurden, die eine gewisse Überschneidung mit den typischen Klausuraufgaben hatten. Heute kommen dagegen **mehr konzeptionelle Aufgaben** dazu. Man gewinnt dadurch ein gutes Verständnis vom Stoff, sie sind aber oft nicht repräsentativ für die Klausuraufgaben, sondern **eher eine Ergänzung** (das war in den Vorjahren anders).

Die Klausur selbst ist meist **zeitlich sehr knapp** gehalten auf 90 min. Anbetracht der Stoff-Fülle ist das eine sehr kurze Zeit, d.h. alle Fertigkeiten des Semesters müssen **fast ohne Überlegen abrufbereit** sein, wenn man alle Aufgaben bearbeiten möchte. Zum Glück kann man sich aber auch gut vorbereiten: Die Klausuren entsprechen meist einem bestimmten Muster, das von Semester zu Semester gleich bleibt.

Wir hoffen, dass ihr viel aus dieser Auflistung mitnehmen und damit eure Prüfungsvorbereitung besser strukturieren könnt.

Viele Grüße

Matthias und das LernKompass-Team

**Hinweis:** Die unten genannten Aufgaben sind prüfungsähnlich konzipiert und haben nur grobe Ähnlichkeit mit Originalaufgaben. Sie sind aber an die Struktur und Formulierung von Altklausuren angepasst bzw. basieren auf den Gedächtnisprotokollen einzelner Studenten.

## Aufgabentyp 1: Komplexe Zahlen

Gegeben seien die beiden Zahlen  $z_1 := 1 - \sqrt{3}i$  und  $z_2 := 1 + i$ .

- Berechnen Sie das Argument von  $z_1$ .
- Berechnen Sie den Imaginärteil von  $z = \frac{z_1^3}{z_2}$ .
- Gegeben sei die Gleichung

$$(w^2 - 2w + 4iw - 2 - 4i)(w^3 + 8i) = 0$$

Bestimmen Sie alle Lösungen  $w \in \mathbb{C}$ , für die  $\operatorname{Re}(w) \geq 0$  gilt.

## Aufgabentyp 2: Polynome

- Von dem reellen Polynom  $p$  mit  $p(z) = z^4 - z^3 - 5z^2 - z - 6$  sei bekannt, dass  $z_1 := -i$  eine Nullstelle ist. Ermitteln Sie alle Nullstellen von  $p$ .
- Bestimmen Sie ein reelles Polynom minimalen Grades, das mindestens die Nullstellen  $x_1 = 2 - i$  und  $x_2 = 1$  besitzt.

## Aufgabentyp 3: Vektoren

Gegeben sind die drei Vektoren  $u = (0,1,4)^T, v = (1,1,3)^T, w = (-1,0,2)^T$ ,

- Bestimmen Sie einen Parameter  $\mu \in \mathbb{R}$  so, dass der Vektor  $u + \mu v$  senkrecht auf  $w$  steht.
- Berechnen Sie das Volumen des Spats, der von den drei Vektoren  $u, v, w$  aufgespannt wird.

## Aufgabentyp 4: Lineare Gleichungssysteme mit Parametern

Mit den reellen Parametern  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  sind gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 10 & 1 \\ 1 & 6 & 2\alpha + 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ \beta + 7 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie alle Paare  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ , für die das Lineare Gleichungssystem  $A\vec{x} = b$  jeweils
  - genau eine Lösung
  - keine Lösung
  - unendlich viele Lösungen
 besitzt
- Bestimmen Sie für den Fall (iii) die Lösungsmenge von  $A\vec{x} = b$ .

### Aufgabentyp 5: Determinanten und Matrizen

Mit den reellen Parametern  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  sei gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ \alpha & \beta & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie die Determinante von  $A$  in Abhängigkeit von den beiden Parametern.
- b) Für welche  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  existiert eine inverse Matrix  $A^{-1}$  von  $A$ ?

### Aufgabentyp 6: Stetigkeit, Differenzierbarkeit

Gegeben ist die reelle Funktion

$$y = f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x < 0 \\ a \cdot \cos^2(2x), & x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie  $a \in \mathbb{R}$  so, dass die Funktion stetig in  $\mathbb{R}$  ist
- b) Ist die Funktion  $f$  in diesem Fall überall differenzierbar?

### Aufgabentyp 7: Definitionsbereiche, Differentialrechnung, Umkehrfunktion

Gegeben seien die Funktionen  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ,  $g(x) = \sqrt{x}$

- a) Ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktionen  $f$  und  $g$ .
- b) Ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion  $h = g \circ f$ .
- c) Ermitteln Sie  $h'(3)$ .
- d) Zeigen Sie, dass die Funktion  $f$  injektiv ist und bestimmen Sie  $W_f$  sowie die Umkehrfunktion  $f^{-1}$ .

### Aufgabentyp 8: Taylorentwicklung

Gegeben sei die Funktion  $y = f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

Berechnen Sie das kubische Taylorpolynom  $T_3$  der Funktion  $f$  in der Nähe der Stelle  $x_0 = 1$ .

### Aufgabentyp 9: Reelle Grenzwerte (Regel von l'Hospital)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 + 4)}{\ln(3x^2 - 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot e^{-3x}$$

### Aufgabentyp 10: Integrale

a) Bestimmen Sie:

$$\int \frac{2t+1}{t^3+t^2} dt \qquad \int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

b) Ermitteln Sie eine Stammfunktion von  $f(x) = x^2 e^{-3x}$

c) Berechnen Sie:  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

### Aufgabentyp 11: Folgen, Reihen

a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^4}{1-3n^4} \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{5n}\right)^{2n+1}$$

b) Bestimmen Sie die Summe der Reihe  $\sum_{k=2}^{\infty} \left(-\frac{3}{5}\right)^k$

c) Ermitteln Sie, welche der folgenden Reihen konvergieren (mit Begründung!)

$$\sum_{k=10}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{k}} \qquad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{(-3)^k}{k} \qquad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{7k^2 + 3k - 1}{(3k-2)^2}$$

#### Dir hat unsere Veranstaltung gefallen?

Dann schenke uns gern einen Like auf unserer Facebookseite (**LernKompass** in Dresden) oder eine Bewertung auf Google. Wenn du noch weitere Fragen hast, schau auch gern nochmal auf unsere Website. Wir haben noch weitere Trainingsmaterialien, z.B. aus unserem Vorkurs, auf unserem Blog zusammengestellt:

[www.lern-kompass.de](http://www.lern-kompass.de)

Im Dezember starten vermutlich auch weitere Vorbereitungskurse für die Mathe 1 im Maschinenwesen. Wenn du daran teilnehmen möchtest, schreib uns eine kurze Nachricht. Wir versuchen zu helfen ☺

Beste Grüße und viel Erfolg bei deiner weiteren Klausurvorbereitung!

