

Aufgabenblatt A2 : Bruchrechnen, Terme mit Brüchen

Auf dem **zweiten Arbeitsblatt** werden wir unsere Arbeit mit Termen um die Struktur der **Brüche** ergänzen. Dabei wird zunächst das **Rechnen mit Zahlen** (Dezimalbrüche, gemeine Brüche) aus Klasse 6-7 wiederholt und im Anschluss die **Vereinfachung von Termen mit Brüchen** studiert (Klassen 7-9).

Diese Vereinfachungstechniken machen vielen Studienanfängern zunächst Schwierigkeiten, da sie oft in der Schule etwas vernachlässigt werden. Doch die Arbeit mit **Doppelbrüchen**, das **Kürzen** (mit Zahlen/Variablen oder in schwereren Fällen mit binomischen Formeln) und die **Bruchaddition** sind wesentliche Methoden, ohne die viele Aufgaben der Hochschulmathematik nicht zum Abschluss geführt werden können.

Am Ende des Übungsblatts widmen wir uns der Prozentrechnung und dem Umrechnen von Einheiten aus der Physik.

Welche Fertigkeiten werden im Einzelnen auf diesem Blatt trainiert?

- Bruchrechnen mit Zahlen
- Bruchrechnen mit Parametern und Variablen
- Anwendung: Prozentrechnen und Rechnen mit physikalischen Einheiten

Aufgabe 1: Bruchrechnen mit Zahlen

a) Berechnen Sie mit Dezimalzahlen:

$$0.2 \cdot (0.33 - 0.12) + 0.1 \cdot (0.2 + 0.05) =$$

$$(1.3 + a) \cdot (0.2 + 2b) =$$

b) Schreiben Sie die Dezimalbrüche in gemeine Brüche (gekürzt) bzw. die gemeinen Brüche in Dezimalbrüche um:

$$0.3 = \frac{27}{100} = \quad 0.36 = \frac{1}{5} = \quad 0.125 = \frac{39}{4} = \quad -0.361 = \frac{1}{3} =$$

c) Kürzen Sie die (gemeinen) Brüche soweit wie möglich:

$$\frac{123}{21} = \quad \frac{256}{2048} = \quad \frac{10^6}{10^4} = \quad \frac{13}{55} = \quad \frac{1723422}{18} =$$

d) Vereinfachen Sie die Ausdrücke mittels Bruchaddition: (Kürzen am Ende!)

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4} = \quad \frac{13}{7} + \frac{4}{7} = \quad \frac{2}{7} - \frac{9}{7} = \quad \frac{100}{8} - \frac{26}{4} = \quad \frac{2}{7} + \frac{5}{4} =$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \quad \frac{12}{15} - \frac{9}{25} = \quad 2\frac{6}{7} = \quad 4\frac{2}{5} = \quad 1\frac{1}{3} - 3\frac{3}{5} =$$

e) Vereinfachen Sie die Ausdrücke mittels Bruchmultiplikation/Bruchdivision:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \quad \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} = \quad \frac{21}{25} \cdot \frac{5}{7} = \quad \frac{123}{49} \cdot \frac{7}{3} = \quad \frac{25}{24} \cdot 4 =$$

$$\frac{1}{3} : \frac{5}{6} = \quad \frac{24}{8} : \frac{3}{9} = \quad \frac{1}{5} : \frac{1}{3} = \quad \frac{4}{5} : 2 = \quad \frac{9}{5} : 11 =$$

Aufgabe 2: Bruchrechnen mit Parametern und Variablen

a) Kürzen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich:

$$\frac{a^3}{a^2b} = \quad \frac{xyz}{xy^2} = \quad \frac{28cd}{4d^4} = \quad \frac{x^2+x}{x} = \quad \frac{a^2b}{b^2-2b} =$$

b) Kürzen Sie die folgenden Terme mit Hilfe der binomischen Formeln:

$$\frac{x^2-y^2}{x-y} = \quad \frac{x+1}{x^2+2x+1} = \quad \frac{x^2-4}{x^2+4x+4} = \quad \frac{(x^4-16)(x-1)}{(x^2+4)(x+2)} =$$

c) Addieren Sie die Bruchterme. Bringen Sie sie auf einen Nenner: (Kürzen!)

$$\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^3} = \quad \frac{5}{x} + \frac{2}{x+1} = \quad \frac{1}{x+1} - 1 = \quad \frac{3}{x-4} + \frac{2}{x+4} =$$

d) Multiplizieren Sie die Bruchterme:

$$\frac{3x}{a} \cdot \frac{a^2}{xy} = \quad \frac{5xyz}{3bx^2} \cdot \frac{z^2}{15y} = \quad \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x^3}{2x+2} = \quad \frac{y-3}{y+2} \cdot \frac{6y+12}{7y-21} =$$

e) Lösen Sie die Doppelbrüche in den Bruchtermen auf:

$$\frac{\frac{4x}{y}}{\frac{2a}{b}} = \quad \frac{\frac{3y^2z}{c}}{\frac{27x^2y^3}{12c^3}} = \quad \frac{\frac{1+x}{z^2}}{\frac{2+2x}{3z}} = \quad \frac{1}{1-\frac{2}{x}} = \quad \frac{3+\frac{2}{x}}{\frac{4}{x}-\frac{1}{y}} =$$

Aufgabe 3: Prozentrechnung

a) Lösen Sie folgende Kurzaufgaben zu Prozenten (nach Möglichkeit im Kopf!)

- Wieviel sind 25% von 1,80 € ?
- Wieviel sind 19% von 300 € ?
- Wieviel % sind 18 m² von 50 m² ?
- Wieviel % sind 700 € von 400 € ?
- Vergrößern Sie 120 m um 20%!
- Verringern Sie 90 kg um 15%!
- 60% von x sind 30€. Wie groß ist x?
- 140% von x sind 42 m³. Wie groß ist x?

b) Lösen Sie außerdem die Hausaufgaben H1.9 bis H1.11 aus dem Skript!

Aufgabe 4: Anwendung: Umrechnen von physikalischen Einheiten

Nutzen Sie die gegebenen Zusammenhänge zwischen den physikalischen Einheiten, um die Werte zu vereinfachen:

a) $s = 100m, t = 10 s, v = \frac{s}{t} = \quad \frac{m}{s} = \quad \frac{km}{h}$

b) $U = 252V, I = 12mA, R = \frac{U}{I} = \quad \Omega = \quad k\Omega \quad (\text{Hinweis: } 1\Omega = 1\frac{V}{A})$

c) $a = 5\frac{m}{s^2}, m = 20g, F = m \cdot a = \quad \frac{m \cdot g}{s^2} = \quad N \quad (\text{Hinweis: } 1N = 1\frac{kg \cdot m}{s^2})$

Lösungen: (Angaben ohne Gewähr, bei Unklarheit bitte nachfragen)

1. a) $0.2 \cdot 0.21 + 0.1 \cdot 0.25 = 0.042 + 0.025 = 0.067$,
 $0.26 + 2.6b + 0.2a + 2ab$

b) $\frac{3}{10}, \frac{36}{100} = \frac{9}{25}, \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}, -\frac{361}{1000}, 0.27, 0.2, 9.75, 0.\bar{3}$

c) $\frac{41}{7}, \frac{1}{8}, 100, \frac{13}{55}, \frac{287237}{3}$

d) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}, \frac{17}{7}, -\frac{7}{7} = -1, \frac{50}{4} - \frac{26}{4} = \frac{24}{4} = 6, \frac{8}{28} + \frac{35}{28} = \frac{43}{28}$,
 $-\frac{1}{12}, \frac{50}{75} - \frac{27}{75} = \frac{33}{75} = \frac{11}{25}, \frac{20}{7}, \frac{22}{5}, \frac{4}{3} - \frac{18}{5} = -\frac{34}{15}$

e) $\frac{2}{15}, \frac{3}{28}, \frac{3}{5}, \frac{41}{7}, \frac{25}{6}, \frac{2}{5}, 9, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{9}{55}$

2. a) $\frac{a}{b}, \frac{z}{y}, \frac{7c}{d^3}, x + 1, \frac{a^2}{b-2}$ b) $x + y, \frac{1}{x+1}, \frac{x-2}{x+2}, (x-2)(x-1)$

c) $\frac{4x-1}{x^3}, \frac{5x+5+2x}{x(x+1)} = \frac{7x+5}{x^2+x}, -\frac{x}{x+1}, \frac{5x+4}{x^2-16}$ d) $\frac{3a}{y}, \frac{z^3}{9bx}, \frac{x}{2}, \frac{6}{7}$

e) $\frac{2xb}{ya}, \frac{36y^2zc^3}{27x^2cy^3} = \frac{4zc^2}{3yx^2}, \frac{3}{2z}, \frac{x}{x-2}, \frac{3xy+2y}{4y-x}$

3. a) 45 cent, 57 €, 36%, 175%, 144 m, 76.5 kg, 50€, 30m³

4. a) $v = \frac{s}{t} = \frac{100m}{10s} = 10 \frac{m}{s} = 10 \frac{\frac{1}{1000}km}{\frac{1}{3600}h} = \frac{36000}{1000} \frac{km}{h} = 36 \frac{km}{h}$

b) $U = 252V, I = 12mA, R = \frac{U}{I} = \frac{252V}{12mA} = \frac{252V}{12 \cdot \frac{1}{1000}A} = \frac{252000V}{12A} = 21000 \Omega = 21 k\Omega$

c) $a = 5 \frac{m}{s^2}, m = 20g, F = m \cdot a = 100 \frac{g \cdot m}{s^2} = 100 \frac{\frac{1}{1000}kg \cdot m}{s^2} = 0,1 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 0,1 N$

Zur **Vertiefung** empfehlen wir die **Übungsaufgaben aus dem Skript**.

Moderater Schwierigkeitsgrad:

E1.7. – E1.11., H1.6, H1.7, H1.8 a)-d), H1.9. – H1.11.

Herausfordernder Schwierigkeitsgrad:

H1.8 e) – h)

Zusatzaufgabe: Lernen Sie Wolfram Alpha kennen

Sie kennen die Taschenrechner aus der Schule. Für die Hochschule und die Praxis im Ingenieurwesen sind diese aber nur bedingt geeignet. Bekannte Systeme, die Ingenieure in ihrer täglichen Arbeit einsetzen, sind z.B. Maple, Mathematica oder Matlab. Der Trend geht aber verstärkt auch in Richtung cloud-basierter Mathematik-Anwendungen, die ähnlich wie Google Anfragen beantworten. Lernen Sie dazu Wolfram Alpha kennen! Bei den Studenten ist es vor allem aufgrund seiner Leichtigkeit und Verständlichkeit beliebt.

a) Gehen Sie auf die Seite **www.wolframalpha.com**

b) Lassen Sie Wolfram Alpha den Term $3a(a+2) - a^2 - 5a$ vereinfachen

c) Lassen Sie Wolfram Alpha die quadratische Gleichung $x^2 + 6x + 8 = 0$ lösen!

d) Lassen Sie Wolfram Alpha die Menge aller Lösungen (x, y) der Gleichung $x^2 + 2^y = y^2 + 1$ bestimmen.