

Selbsttest: Bin ich bereit für die Hochschulmathematik?

In diesem Selbsttest wiederholen wir mit dir die wichtigsten Grundlagen für die Hochschulmathematik, die in der Hochschule entweder stillschweigend vorausgesetzt oder aber nur sehr kurz in den ersten 1-2 Wochen wiederholt werden.

Die Aufgaben unterteilen wir entsprechend unseres Vorkurs-Konzepts in die vier Teile:

Teil A: Rechnen mit Termen

Teil B: Funktionen und Gleichungen

Teil C: Übergang in die Hochschulmathematik

Teil D: Vektorrechnung, Differential- und Integralrechnung

In den letzten 4 Jahren hat unser Kursleiter und Gründer von LernKompass, **Matthias**, einen Vorkurs für die HTW Dresden durchgeführt, einem 19-Tage-Kurs, in dem alle wichtigen Inhalte der Hochschulmathematik wiederholt wurden. Sein Kurskonzept haben wir übernommen und wollen es nun auch den Studienanfängern anderer Hochschulen zur Verfügung stellen.

Mehr zu dem Vorkurs erfährst du am Ende des Selbsttest.

Aufgabe A-1 Rechnen mit Termen (empfohlene Zeit: 5 min, 8 Punkte)

Vereinfachen Sie die folgenden Terme:

$$\frac{a^3 b^2 c}{ab^3 c} = \quad \frac{a^3 b^2 - 3ab}{ab^2 - ba} = \quad \frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + x} = \quad \frac{a^4 - 4x^2}{3a^3 - 6ax} =$$

Aufgabe A-2: Rechnen mit Potenzen und Wurzeln (empfohlene Zeit: 10 min, 10 Punkte)

a) Bestimmen Sie folgende Ausdrücke:

$$5^{-3} = \quad 36^{1/2} = \quad 16^{3/4} \quad 0,01^{-1/2} =$$

b) Vereinfachen Sie mittels Potenz- und Wurzelgesetzen:

$$\frac{x^2(xy)^3}{x^{-2}y^2} = \quad \frac{x^3\sqrt{x}}{(\sqrt[4]{xx})^2} = \quad \left((x^2\sqrt{x})^3 x \right)^{\frac{1}{2}} =$$



Aufgabe A-3: Rechnen mit Logarithmen (empfohlene Zeit: 12 min, 10 Punkte)

a) Bestimmen Sie folgende Ausdrücke:

$$\log_8 64 = \quad \log_7 \sqrt{7} = \quad \log_4 \left(\frac{1}{\sqrt{16}} \right) = \quad \ln \left(\frac{1}{e^3} \right) =$$

b) Vereinfachen Sie die Terme mittels Logarithmengesetzen

$$3 \log_2 x + 2 \log_2 x^2 =$$

$$\log_7(7x) - \log_7(x^2) =$$

$$\frac{2 \ln x}{\ln 2} - \frac{1}{\log_2 x} =$$

Aufgabe B-1: Funktionsuntersuchung (empfohlene Zeit: 10 min, 12 Punkte)

Gegeben seien die Funktionen $f(x) = 4x + 1$, $g(x) = x^2 - 2x - 15$

a) Ermitteln Sie die Nullstellen der beiden Funktionen.

b) Skizzieren Sie beide Funktionen.

c) Ermitteln Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen.

d) Ermitteln Sie die Definitionsbereiche von $h(x) = \sqrt{f(x)}$, $k(x) = \ln(g(x))$

Aufgabe B-2: Gleichungen (empfohlene Zeit: 12 min, 14 Punkte)

a) Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

$$2x^2 + 3x = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\log_{10}(2x - 3) = 1$$

$$7 \cdot 2^{3x} = 3 \cdot 4^x$$

b) Lösen Sie die Gleichung: $\sqrt{3x + 4} - 3 = x$

c) Lösen Sie das LGS: $3x + 5y = 2$, $2x - 10y = 1$

Aufgabe B-3: Ungleichungen (empfohlene Zeit: 5 min, 5 Punkte)

Ermitteln Sie die Lösungsmenge \mathcal{L} der folgenden Ungleichungen:

$$4 - (2x - 1) \leq 2x - (6 - x)$$

$$2x^2 + 4x > 16$$



Aufgabe C-1: Mengen (empfohlene Zeit: 8 min, 9 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Mengen:

$$A = \{1,3,7\}, B = \{1,2,3,4\}, \quad C = \{a, b\}$$

a) Bestimmen Sie: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$

b) Bestimmen Sie: $A \times C$, C^2

c) Geben Sie die Menge $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 3 \leq 12, x > 0\}$ in aufzählender Schreibweise an

d) Geben Sie die Mengen $\{2,4,6,8,10,12 \dots\}$ und $\{1,3,9,27,81, \dots\}$ in beschreibender Schreibweise an.

Aufgabe C-2: Kombinatorik (empfohlene Zeit: 8 min, 10 Punkte)

a) Bestimmen Sie $5!$ und $\binom{15}{2}$

b) Wieviele Möglichkeiten gibt es, 4 Karten mit den Farben rot, gelb, grün und blau an 4 Personen zu verteilen?

c) Aus einer Kurs zu 12 Teilnehmern wird zufällig eine Gruppe von 3 Teilnehmern ausgewählt. Wieviele Möglichkeiten gibt es für eine derartige Auswahl?

Aufgabe C-3: Grenzwerte (empfohlene Zeit: 5 min, 6 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{7x^3 - 2x} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 2x}$$

Aufgabe D-1: Ableitungen und Integrale (empfohlene Zeit: 15 min, 21 Punkte)

a) Ermitteln Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = \frac{5x^2 + \sqrt{x}}{x} \quad f_2(x) = x^2 \cdot \sin x \quad f_3(x) = e^{3 \cos x}$$

b) Ermitteln Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$g_1(x) = \sqrt{4 + 3 \sin(x^2)} \quad g_2(x) = \frac{xe^x}{\tan(2x)}$$

c) Bestimmen Sie die beiden Integrale:

$$\int_1^4 4x^2 + 7\sqrt{x} - 2 \, dx \quad \int \frac{3}{\sqrt{x}} + 4e^x + 3 \sin x + 4 \cos x \, dx$$



d) Die Kurve $y = ax^2$, $0 \leq x \leq 2$ rotiert um die x -Achse. Für welches $a \in \mathbb{R}$ hat der entstehende Rotationskörper ein Volumen von genau 10 Volumeneinheiten?

