Probeklausur

Wiwi Mathe 1, TU Dresden,
nach Stil von Prof. Ferger

Auf unserem Youtube-Kanal findest du zahlreiche Videos rund um die Mathe 1-3 im Studium

Mit dieser Probeklausur fassen wir die typischen Themen der Mathe 1 bei Prof. Ferger (TU Dresden) zusammen. Die Aufgaben sind dabei von uns entwickelt, orientieren sich aber in Stil und Inhalt an den Originalen von Prof. Ferger.

Zu den Themen gehören:

- Rechnen mit Matrizen
- Anwendungen: Leontieff-Modell, Marktübergangsmatrizen
- Lineare Gleichungssysteme (LGS)
- Lineare Optimierungsprobleme LOP)
- Grundlagenfragen, z.B. Betragsungleichungen, Funktionen, Vollst. Induktion

Bei anderen Professoren kann es hier zu Abweichungen kommen, da jeder Prüfer das Modulhandbuch auf eigene Weise interpretiert und auch in der Vorlesung andere Schwerpunkte setzt. Eine thematische Deckung von etwa 75% ist trotzdem zu erwarten.

Punktverteilung in dieser Probeklausur:

Aufgabe Nr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**Summe**
Punkte Soll	9	2	3	4	6	2	4	2	2	3	37
Punkte Ist											

Unsere Klausuranalyse findest du auf unserem Youtube-Kanal, am einfachsten erreichbar über den rechts stehenden QR-Code.

Viel Erfolg bei deiner Vorbereitung auf die Mathe-Prüfung
Matthias, Stefan und das Team von LernKompass

info@lern-kompass.de

www.lern-kompass.de

Strehlener Str. 14
01069 Dresden

0351-45199340

Aufgabe 1:

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & b & a \end{pmatrix} \qquad \text{mit } a, b \in \mathbb{R}\,.$$

[9] Berechnen Sie, falls möglich, die folgenden Ausdrücke. Wenn es nicht möglich ist, geben Sie eine kurze Begründung an:

(i) $B \cdot C,\;\; B \cdot A,\;\; A^T \cdot B^T,\;\; A^2,\;\; B \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\;\; A \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\;\; A^{-1}$

(i) $\det(C)$ und alle Werte $a, b \in \mathbb{R}$, für die C^{-1} existiert

Aufgabe 2:

[2] Ein 3-Sektoren Leontieff-Modell werde durch folgende Matrix der Produktionskoeffizienten beschrieben:

$$\boldsymbol{Z} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}3 \end{pmatrix}$$

Man hat für die Endnachfragen y_1, y_2, y_3 bereits den erforderlichen Output der 3 Sektoren ermittelt: $x_1 = 500 \;\; x_2 = 200 \;\; x_3 = 400$. Berechnen Sie die Endnachfragen.

Aufgabe 3:

[3] In einer Kleinstadt konkurrieren 3 DSL-Anbieter A_1, A_2, A_3 miteinander. Zum Zeitpunkt T_0 besitzt A_1 $30\ \%$ und A_2 50% Marktanteil. Die restlichen Kunden sind bei Anbieter A_3. Die Matrix $A = (a_{ij})$ gibt die Kundenfluktuation vom Anbieter A_i zum Anbieter A_j beim Übergang vom Zeitpunkt T_0 zum Zeitpunkt T_1 an.

a) Geben Sie die prozentuale Markttreue von A_3 an.
b) Welchen Marktanteil haben die Anbieter zum Zeitpunkt T_1?

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/5 & 1/5 & 3/5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4:

[4] Für ein LGS $\boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{x}} - \vec{\boldsymbol{c}} = \vec{\boldsymbol{o}}$ mit 4 Gleichungen und 3 Variablen erhielt man nach zwei Austausch-Schritten (mit Spaltentilgung) das folgende Tableau:

	x_3	1
x_4	1	-2
x_2	1	6
x_1	-2	-10
y_4	$2a$	$b-1$

a) Für welche Parameter a, b hat das LGS genau eine Lösung?
b) Für welche Parameter a, b hat das LGS unendlich viele Lösungen?
c) Für welche Parameter a, b hat das LGS keine Lösung?
d) Geben Sie die Lösung im Fall **b)** an.

Aufgabe 5:

[6] Gegeben ist das lineare Optimierungsproblem (LOP):

Z: $Z = x_1 - x_2 \rightarrow MAX$
N: $-2x_1 + 2x_2 \leq 8$
$x_1 - 3x_2 \leq 6$
$2x_1 \leq 12$
NN: $x_1, x_2 \geq 0$

a) Lösen Sie das LOP mit dem Simplexverfahren
b) Lösen Sie das LOP grafisch

Aufgabe 6:

[2] Bei der Lösung eines linearen Optimierungsproblems mit Hilfe des Simplexverfahrens ergab sich das folgende Tableau:

	x_1	x_3	1
x_4	1	2	5
x_2	-2	0	3
y_3	-2	1	1
z	2	-5	1
h	-2	1	1

Dabei bezeichnet z die Zielfunktion des Originalproblems und h die Zielfunktion des Hilfsproblems. Geben Sie die optimale Lösung des Originalproblems an:

Aufgabe 7:

[4] Stellen Sie das Sie das mathematische Modell für das folgende Optimierungsproblem auf, ohne es zu lösen. Welche Bedeutung haben die von Ihnen eingeführte Variablen?

Eine Brauerei stellt 3 verschiedene Biere her ($B_1,\ B_2,\ B_3$). Sie macht beim Verkauf von $100l$ Dieser einen Gewinn von je 12€, 8€ und 9€. In der Tabelle sind die verfügbaren Rohstoffmengen, sowie die für die Produktion von $100l$ Bier notwendigen Rohstoffe ($R_1,\ R_2,\ R_3$) dargestellt.

	B_1	B_2	B_3	Verfügbare Rohstoffmengen
R_1	3	4	1,5	2000
R_2	1	3	1	800
R_3	3	0	2	100

Zudem hat die Brauerei die Vorgabe mindestens 7000l von B_1 und von B_2 wenigstens die doppelte Menge wie von B_3 herzustellen. Der Gewinn ist zu maximieren.

Aufgabe 8:

[2] Geben Sie die Lösungsmenge folgender Ungleichung an:

$$|x| - |3 - x| > 2$$

Aufgabe 9:

[2] Gegeben ist folgende Abbildung: $f: (-\infty; 0] \to [0, \infty) \ : \ x \to (x+1)^2$
a) Warum ist f nicht injektiv?
b) Bestimmen Sie das Urbild von $[1; 2)$

Aufgabe 10:

[3] Beweisen Sie, dass gilt:

$$\sum_{k=0}^{n} 2k + 1 = (n+1)^2$$